> 直角坐标系 (x,y,z) 对应Lame系数 $(1,1,1)$
> 球坐标系 (r,θ,ϕ) 对应Lame系数 $(1,r,r\sin\theta)$
> 柱坐标系 (ρ,ϕ,z) 对应Lame系数 $(1,\rho,1)$

梯度（以下表达式使用爱因斯坦求和约定简化符号表示）：$\nabla f=\dfrac{1}{h_i}\dfrac{\partial f}{\partial x_i}\vec{e}_i$

旋度：$\nabla\times\vec{A}=\dfrac{1}{h_1h_2h_3}\begin{vmatrix}h_1\vec{e}_1 & h_2\vec{e}_2 & h_3\vec{e}_3\\ \dfrac{\partial}{\partial x_1} & \dfrac{\partial}{\partial x_2} & \dfrac{\partial}{\partial x_3}\\ h_1A_1 & h_2A_2 & h_3A_3\end{vmatrix}$

散度：$\nabla\cdot\vec{A}=\dfrac{1}{h_1h_2h_3}\dfrac{\partial}{\partial x_i}\left(\dfrac{h_1h_2h_3}{h_i}A_i\right)$

拉普拉斯算符：$\nabla^2 f=\nabla\cdot\nabla f=\dfrac{1}{h_1h_2h_3}\dfrac{\partial}{\partial x_i}\left(\dfrac{h_1h_2h_3}{h_i^2}\dfrac{\partial f}{\partial x_i}\right)$

附：拉梅系数的定义（直接把我矢量微积分系列的内容拿过来了）

考虑直角坐标系 (x,y,z) 和曲线坐标系 (q_1,q_2,q_3)

直角坐标系下的弧微分 $\mathrm{d}S=\sqrt{(\mathrm{d}x)^2+(\mathrm{d}y)^2+(\mathrm{d}z)^2}$，得曲线坐标系下的弧微分

$$\mathrm{d}S_i=\sqrt{\left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}q_i}\right)^2+\left(\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}q_i}\right)^2+\left(\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}q_i}\right)^2}\mathrm{d}q_i$$

定义拉梅系数为 $h_i=\sqrt{\left(\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}q_i}\right)^2+\left(\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}q_i}\right)^2+\left(\dfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}q_i}\right)^2}$，得 $\mathrm{d}S_i=H_i\mathrm{d}q_i$

以球坐标系 (r,θ,ϕ) 为例：

- 沿 r 方向的弧微分：$\mathrm{d}S_r=h_r\mathrm{d}r=\mathrm{d}r$，表示沿径向的方向长度变化
- 沿 θ 方向的弧微分：$\mathrm{d}S_\theta=h_\theta\mathrm{d}\theta=r\mathrm{d}\theta$，表示 r 确定的情况下，沿 θ 方向的弧长变化
- 沿 ϕ 方向的弧微分：$\mathrm{d}S_\phi=h_\phi\mathrm{d}\phi=r\sin\theta\mathrm{d}\phi$，表示 r 和 θ 确定的情况下，沿 ϕ 方向的弧长变化
- 可以看到 $\mathrm{d}q_i$ 表示的是坐标变化，$\mathrm{d}S_i$ 表示的是对应的是其实际的距离变化，拉梅系数是坐标变化与物理空间量之间的桥梁

在正交曲线坐标系中，拉梅系数的平方构成度规张量的对角元素：$g_{ii}=h_i^2$